**华师大版九年级下册数学知识点总结**

**第二十六章 二次函数**

**一、二次函数概念：**

1、二次函数的概念：一般地，形如（是常数，）的函数，叫做二次函数。

这里需要强调：和一元二次方程类似，二次项系数，而可以为零。二次函数的定义域是全体实数。

2、二次函数的结构特征：

⑴ 等号左边是函数，右边是关于自变量的二次式，的最高次数是2。

⑵ 是常数，是二次项系数，是一次项系数，是常数项。

**二、二次函数的基本形式**

1. 二次函数基本形式：的性质：a 的绝对值越大，抛物线的开口越小。

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 的符号 | 开口方向 | 顶点坐标 | 对称轴 | 性质 |
|  | 向上 |  | 轴 | 时，随的增大而增大；  时，随的增大而减小；  时，有最小值。 |
|  | 向下 |  | 轴 | 时，随的增大而减小；  时，随的增大而增大；  时，有最大值。 |

2. 的性质：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 的符号 | 开口方向 | 顶点坐标 | 对称轴 | 性质 |
|  | 向上 |  | 轴 | 时，随的增大而增大；  时，随的增大而减小；  时，有最小值。 |
|  | 向下 |  | 轴 | 时，随的增大而减小；  时，随的增大而增大；  时，有最大值。 |

3. 的性质：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 的符号 | 开口方向 | 顶点坐标 | 对称轴 | 性质 |
|  | 向上 |  | X=h | 时，随的增大而增大；  时，随的增大而减小；  时，有最小值。 |
|  | 向下 |  | X=h | 时，随的增大而减小；  时，随的增大而增大；  时，有最大值。 |

4. 的性质：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 的符号 | 开口方向 | 顶点坐标 | 对称轴 | 性质 |
|  | 向上 |  | X=h | 时，随的增大而增大；时，随的增大而减小；时，有最小值。 |
|  | 向下 |  | X=h | 时，随的增大而减小；时，随的增大而增大；时，有最大值。 |

**三、二次函数图象的平移**

1. 平移步骤：

方法一：⑴ 将抛物线解析式转化成顶点式，确定其顶点坐标；

⑵ 保持抛物线的形状不变，将其顶点平移到处，具体平移方法如下：

2. 平移规律

在原有函数的基础上“值正右移，负左移；值正上移，负下移”。

概括成八个字“左加右减，上加下减”。

方法二：

⑴沿轴平移:向上（下）平移个单位，

变成（或）

⑵沿轴平移：向左（右）平移个单位，

变成（或）

**四、二次函数与的比较**

从解析式上看，与是两种不同的表达形式，后者通过配方可以得到前者，即，其中。

**五、二次函数图象的画法**

五点绘图法：利用配方法将二次函数化为顶点式，确定其开口方向、对称轴及顶点坐标，然后在对称轴两侧，左右对称地描点画图.一般我们选取的五点为：顶点、与轴的交点、以及关于对称轴对称的点、与轴的交点，（若与轴没有交点，则取两组关于对称轴对称的点）.

画草图时应抓住以下几点：开口方向，对称轴，顶点，与轴的交点，与轴的交点.

**六、二次函数的性质**

1. 当时，抛物线开口向上，对称轴为，顶点坐标为。

当时，随的增大而减小；当时，随的增大而增大；当时，有最小值。

2. 当时，抛物线开口向下，对称轴为，顶点坐标为。当时，随的增大而增大；当时，随的增大而减小；当时，有最大值。

**七、二次函数解析式的表示方法**

1. 一般式：（，，为常数，）；

2. 顶点式：（，，为常数，）；

3. 两根式：（，，是抛物线与轴两交点的横坐标）.

注意：任何二次函数的解析式都可以化成一般式或顶点式，但并非所有的二次函数都可以写成交点式，只有抛物线与轴有交点，即时，抛物线的解析式才可以用交点式表示。二次函数解析式的这三种形式可以互化.

**八、二次函数的图象与各项系数之间的关系**

1. 二次项系数

二次函数中，作为二次项系数，显然。

⑴ 当时，抛物线开口向上，的值越大，开口越小，反之的值越小，开口越大；

⑵ 当时，抛物线开口向下，的值越小，开口越小，反之的值越大，开口越大。

总结起来，决定了抛物线开口的大小和方向，的正负决定开口方向，的大小决定开口的大小。

2. 一次项系数

在二次项系数确定的前提下，决定了抛物线的对称轴。

⑴ 在的前提下，

当时，，即抛物线的对称轴在轴左侧；

当时，，即抛物线的对称轴就是轴；

当时，，即抛物线对称轴在轴的右侧。

⑵ 在的前提下，结论刚好与上述相反，即

当时，，即抛物线的对称轴在轴右侧；

当时，，即抛物线的对称轴就是轴；

当时，，即抛物线对称轴在轴的左侧。

总结起来，在确定的前提下，决定了抛物线对称轴的位置。

的符号的判定：对称轴在轴左边则，在轴的右侧则，概括的说就是“左同右异”

总结：

3. 常数项

⑴ 当时，抛物线与轴的交点在轴上方，即抛物线与轴交点的纵坐标为正；

⑵ 当时，抛物线与轴的交点为坐标原点，即抛物线与轴交点的纵坐标为；

⑶ 当时，抛物线与轴的交点在轴下方，即抛物线与轴交点的纵坐标为负。

总结起来，决定了抛物线与轴交点的位置。

总之，只要都确定，那么这条抛物线就是唯一确定的。

**二次函数解析式的确定：**

根据已知条件确定二次函数解析式，通常利用待定系数法。用待定系数法求二次函数的解析式必须根据题目的特点，选择适当的形式，才能使解题简便。一般来说，有如下几种情况：

1. 已知抛物线上三点的坐标，一般选用一般式；

2. 已知抛物线顶点或对称轴或最大（小）值，一般选用顶点式；

3. 已知抛物线与轴的两个交点的横坐标，一般选用两根式；

4. 已知抛物线上纵坐标相同的两点，常选用顶点式。

**九、二次函数图象的对称**

二次函数图象的对称一般有五种情况，可以用一般式或顶点式表达

1. 关于轴对称

关于轴对称后，得到的解析式是；

关于轴对称后，得到的解析式是；

2. 关于轴对称

关于轴对称后，得到的解析式是；

关于轴对称后，得到的解析式是；

3. 关于原点对称

关于原点对称后，得到的解析式是；

关于原点对称后，得到的解析式是；

4. 关于顶点对称（即：抛物线绕顶点旋转180°）

关于顶点对称后，得到的解析式是；

关于顶点对称后，得到的解析式是。

5. 关于点对称

关于点对称后，得到的解析式是

根据对称的性质，显然无论作何种对称变换，抛物线的形状一定不会发生变化，因此永远不变。求抛物线的对称抛物线的表达式时，可以依据题意或方便运算的原则，选择合适的形式，习惯上是先确定原抛物线（或表达式已知的抛物线）的顶点坐标及开口方向，再确定其对称抛物线的顶点坐标及开口方向，然后再写出其对称抛物线的表达式。

**十、二次函数与一元二次方程：**

1. 二次函数与一元二次方程的关系（二次函数与轴交点情况）：

一元二次方程是二次函数当函数值时的特殊情况.

图象与轴的交点个数：

① 当时，图象与轴交于两点，其中的是一元二次方程的两根。这两点间的距离.

② 当时，图象与轴只有一个交点；

③ 当时，图象与轴没有交点.

 当时，图象落在轴的上方，无论为任何实数，都有；

当时，图象落在轴的下方，无论为任何实数，都有。

2. 抛物线的图象与轴一定相交，交点坐标为，；

3. 二次函数常用解题方法总结：

⑴ 求二次函数的图象与轴的交点坐标，需转化为一元二次方程；

⑵ 求二次函数的最大（小）值需要利用配方法将二次函数由一般式转化为顶点式；

⑶ 根据图象的位置判断二次函数中，，的符号，或由二次函数中，，的符号判断图象的位置，要数形结合；

⑷ 二次函数的图象关于对称轴对称，可利用这一性质，求和已知一点对称的点坐标，或已知与轴的一个交点坐标，可由对称性求出另一个交点坐标.

⑸ 与二次函数有关的还有二次三项式，二次三项式本身就是所含字母的二次函数；下面以时为例，揭示二次函数、二次三项式和一元二次方程之间的内在联系：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 抛物线与轴有两个交点 | 二次三项式的值可正、可零、可负 | 一元二次方程有两个不相等实根 |
|  | 抛物线与轴只有一个交点 | 二次三项式的值为非负 | 一元二次方程有两个相等的实数根 |
|  | 抛物线与轴无交点 | 二次三项式的值恒为正 | 一元二次方程无实数根. |

**二次函数图像参考：**

**十一、函数的应用**

二次函数应用

**第二十七章：《圆》**

**一、知识回顾**

**圆的周长**： C=2πr或C=πd**、圆的面积**：S=πr2

**圆环面积计算方法：**S=πR2-πr2或S=π（R2-r2）(R是大圆半径，r是小圆半径）

**二、知识要点**

**一、圆的概念**

集合形式的概念： 1、 圆可以看作是到定点的距离等于定长的点的集合；

2、圆的外部：可以看作是到定点的距离大于定长的点的集合；

3、圆的内部：可以看作是到定点的距离小于定长的点的集合

轨迹形式的概念：

1、圆：到定点的距离等于定长的点的轨迹就是以定点为圆心，定长为半径的圆；

固定的端点O为圆心。连接圆上任意两点的线段叫做弦，经过圆心的弦叫直径。圆上任意两点之间的部分叫做圆弧，简称弧。

2、垂直平分线：到线段两端距离相等的点的轨迹是这条线段的垂直平分线；

3、角的平分线：到角两边距离相等的点的轨迹是这个角的平分线；

4、到直线的距离相等的点的轨迹是：平行于这条直线且到这条直线的距离等于定长的两条直线；

5、到两条平行线距离相等的点的轨迹是：平行于这两条平行线且到两条直线距离都相等的一条直线。

**二、点与圆的位置关系**



1、点在圆内 点在圆内；



2、点在圆上 点在圆上；



3、点在圆外   点在圆外；



**三、直线与圆的位置关系**

1、直线与圆相离 无交点；



2、直线与圆相切 有一个交点；



3、直线与圆相交  有两个交点；



**四、圆与圆的位置关系**

外离（图1） 无交点 ；



外切（图2） 有一个交点 ；



相交（图3） 有两个交点 ；



内切（图4） 有一个交点 ；



内含（图5） 无交点 ；



**五、垂径定理**

垂径定理：垂直于弦的直径平分弦且平分弦所对的弧。

推论1：（1）平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧；

（2）弦的垂直平分线经过圆心，并且平分弦所对的两条弧；

（3）平分弦所对的一条弧的直径，垂直平分弦，并且平分弦所对的另一条弧

以上共4个定理，简称2推3定理：此定理中共5个结论中，只要知道其中2个即可推出其它3个结论，即：

①是直径 ② ③ ④ 弧弧 ⑤ 弧弧



中任意2个条件推出其他3个结论。



推论2：圆的两条平行弦所夹的弧相等。



即：在⊙中，∵∥



∴弧弧



**六、圆心角定理**

**顶点到圆心的角，叫圆心角。**

圆心角定理：同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弦相等，所对的弧相等，弦心距相等。 此定理也称1推3定理，即上述四个结论中，

只要知道其中的1个相等，则可以推出其它的3个结论，



即：①；②；



③；④ 弧弧



**七、圆周角定理**

**顶点在圆上，并且两边都与圆相交的角，叫圆周角。**



1、圆周角定理：同弧所对的圆周角等于它所对的圆心的角的一半。

即：∵和是弧所对的圆心角和圆周角



∴



2、圆周角定理的推论：



推论1：同弧或等弧所对的圆周角相等；同圆或等圆中，相等的圆周角所对的弧是等弧；

即：在⊙中，∵、都是所对的圆周角



∴

推论2：半圆或直径所对的圆周角是直角；圆周角是直角所对的弧是半圆，所对的弦是直径。

即：在⊙中，∵是直径 或∵



∴ ∴是直径



推论3：若三角形一边上的中线等于这边的一半，那么这个三角形是直角三角形。

即：在△中，∵



∴△是直角三角形或



注：此推论实是初二年级几何中矩形的推论：在直角三角形中斜边上的中线等于斜边的一半的逆定理。

**八、圆内接四边形**

圆的内接四边形定理：圆的内接四边形的对角互补，外角等于它的内对角。

即：在⊙中，



∵四边形是内接四边形



∴ 



**九、切线的性质与判定定理**

（1）切线的判定定理：过半径外端且垂直于半径的直线是切线；

两个条件：过半径外端且垂直半径，二者缺一不可

即：∵且过半径外端



∴是⊙的切线



（2）性质定理：切线垂直于过切点的半径（如上图）

推论1：过圆心垂直于切线的直线必过切点。

推论2：过切点垂直于切线的直线必过圆心。

以上三个定理及推论也称二推一定理：

即：①过圆心；②过切点；③垂直切线，三个条件中知道其中两个条件就能推出最后一个。

**十、切线长定理**

切线长定理：



从圆外一点引圆的两条切线，它们的切线长相等，这点和圆心的连线平分两条切线的夹角。

即：∵、是的两条切线



∴



平分



**十一、圆幂定理**

（1）**相交弦定理**：圆内两弦相交，交点分得的两条线段的乘积相等。

即：在⊙中，∵弦、相交于点，



∴



（2）推论：如果弦与直径垂直相交，那么弦的一半是它分直径所成的两条线段的比例中项。



即：在⊙中，∵直径，



∴



（3）**切割线定理**：从圆外一点引圆的切线和割线，切线长是这点到割线与圆交点的两条线段长的比例中项。



即：在⊙中，∵是切线，是割线



∴



（4）**割线定理**：从圆外一点引圆的两条割线，这一点到每条割线与圆的交点的两条线段长的积相等（如上图）。

即：在⊙中，∵、是割线



∴



**十二、两圆公共弦定理**

圆公共弦定理：两圆圆心的连线垂直并且平分这两个圆的的公共弦。



如图：垂直平分。



即：∵⊙、⊙相交于、两点



∴垂直平分



**十三、圆的公切线**

两圆公切线长的计算公式：

（1）公切线长：中，；



（2）外公切线长：是半径之差； 内公切线长：是半径之和 。



**十四、圆内正多边形的计算**



（1）正三角形

在⊙中△是正三角形，有关计算在中进行：；



（2）正四边形

同理，四边形的有关计算在中进行，：



（3）正六边形



同理，六边形的有关计算在中进行，**.**



**十五、扇形、圆柱和圆锥的相关计算公式**



1、扇形：（1）弧长公式：；



（2）扇形面积公式：



：圆心角 ：扇形多对应的圆的半径 ：扇形弧长 ：扇形面积



2、圆柱：



（1）A圆柱侧面展开图

=



B圆柱的体积：



（2）A圆锥侧面展开图

=



B圆锥的体积：



### 第二十八章 样本与总体

二.重点、难点：

1.重点：

⑴了解普查与抽样调查的概念，并能根据实际情况确定收集数据的方式；

⑵了解总体、个体、样本等概念，能够指出研究对象的总体、个体与样本；

⑶学会用科学的随机抽样的方法，选取合适的样本进行抽样调查，用样本估计总体；

⑷通过整理和分析数据，准确地作出决策。

2.难点：

⑴正确识别问题中的总体、个体、样本、样本容量等，并能选择合适的样本看总体；

⑵能够对数据的来源，处理数据的方法，以及由此得到的结果进行合理的分析。

三.知识梳理：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 知识点 | 内容关注 | 注意事项 |
| 总体、个体、样本、样本容量 | 总体是考察对象的主体，个体是组成总体的每一个对象，样本是总体中的一部分个体，样本容量是样本包含的个体数量 | 样本容量是一个样本中个体的数量 |
| 普查与抽样调查 | 普查是对所有对象进行调查，抽样调查是对部分对象进行调查 | 普查与抽样调查的范围不同 |
| 简单的  随机抽样 | 使样本具有代表性，不偏向总体中的某些个体，对每个个体都公平的方法，就是用抽签的方法决定个体进入样本 | 简单的随机抽样对总体中每个个体来说，被抽到的机会是均等的 |
| 随机性 | 在抽样前，不能预测哪些个体会被抽中，这种不能事先预测结果的特性称为随机性 | 随机性是抽取样本具有代表性的重要保障 |
| 抽样调查  的可靠性 | 用随机抽样的方法获取样本，且样本容量合适时，由样本得出的特性会更接近总体的特性 | ⑴样本在总体中需有代表性；  ⑵样本容量应该足够大；  ⑶样本要避免遗漏某一个群体 |
| 借助调查作决策 | 通过媒体收集信息，将信息进行全面、科学地分析 | 分析角度不同，得到的结论也会不同 |
| 容易误导决策  的统计图 | 媒体中数据很多，有许多有用的信息，但信息不一定可靠，要全面分析 | 考虑信息的时效性、可靠性和代表性 |